Statistische Tolerierung mit dem Robustheitsindex c_{qr}

Bewertung der Verteilung messbarer Größen

Dipl.-Ing. Wolf-Rüdiger Landschoof
Volkswagen AG

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Gust
Bergische Universität Wuppertal

01.07.2019

Inhalt

Toleranzen in Baugruppen setzen sich in der Regel aus mehreren Einzeltoleranzen zusammen. Da die Gesamttoleranz von den Verteilungen der Maße innerhalb der Einzeltoleranzen abhängt, ist es sinnvoll, neben der Maßtoleranz auch eine Vorgabe für die Verteilung der Maße innerhalb der Toleranz vorzugeben, also eine statistische Tolerierung einzusetzen. In diesem Aufsatz wird eine einfache Form der statistischen Tolerierung vorgeschlagen und hergeleitet. Anhand von Beispielen wird die Wirkungsweise für verschiedene Verteilungsformen dargestellt.

1 Statistische Betrachtungen geometrischer Toleranzen

Qualität und Kosten stehen sich generell diametral gegenüber. Dies gilt grundsätzlich auch für geometrische Toleranzen. Wenn es gelingt, methodische Fortschritte in der Tolerierung zu erreichen, können diese entweder der Qualitätserhöhung oder der Kostenreduzierung zu Gute kommen.

Statistische Toleranzrechnungen setzen sich gegenüber arithmetischen Rechnungen immer mehr durch und sind Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen, z.B. [1], [2], [3].

Umso mehr überrascht es, dass der Wechsel vom arithmetischen Denken zum statistischen Denken noch nicht vollständig vollzogen ist. Es wird die Einhaltung einer Toleranz eines geometrischen Merkmals angestrebt. Die Lage der Maße innerhalb der Toleranz erfährt jedoch keine Aufmerksamkeit. Die Qualität der Fertigungsverteilung wird kaum beachtet, eine statistische Vorgabe ist selten. Die Norm DIN 7186 („Statistische Tolerierung“) aus dem Jahr 1974, wurde 2002 zurückgezogen und ist bis heute nicht ersetzt worden. In der Norm wurde eine Vorschrift für die Verteilung beschrieben.

In dieser Arbeit werden Toleranzen und Maßketten unter dem besonderen Aspekt der statistischen Betrachtung erläutert und ein Vorschlag zur statistischen Tolerierung diskutiert. Unter statistischer Tolerierung wird in diesem Zusammenhang nicht nur die Festlegung von Toleranzen nach Durchführung einer statistischen Toleranzanalyse verstanden, sondern insbesondere auch eine zusätzliche Vorgabe für die Verteilung der Maße innerhalb der Toleranz.

2 Toleranzen und Maßketten

Toleranzen werden benötigt, da ein geometrisches Maß nicht absolut genau gefertigt werden kann. Der zulässige Bereich vom unteren Grenzmaß G_u zum oberen Grenzmaß G_o, in dem ein Maß nach Abschluss der Bearbeitung liegen muss, nennt man Toleranz. Definitionen zu Begriffen der Tolerierung sind in DIN EN ISO 286 [4] und DIN EN ISO 5458 [5] zu finden. Da ein genaues Maß Aufwand in der Fertigung bedeutet, sind mit engen Toleranzen höhere Kosten verbunden als mit weiten Toleranzen.

Wird eine Toleranz in der Bauteilzeichnung festgeschrieben, muss die Fertigung gewährleisten, dass die Toleranz nicht überschritten wird. Durch Nachmessen der Maße ist nachweisbar, dass das obere und das untere Abmaß seines Qualitätsmerkmals eingehalten wird. Der Abnehmer des Bauteils verlässt sich darauf, dass das Maß innerhalb der Zeichnungsvorgabe liegt.

Technische Geräte bestehen in der Regel aus mehreren Bauteilen, die zusammengebaut werden und deren Funktionsfähigkeiten von mehreren Maßen der Bauteile abhängen. Das Maß, mit dem eine Toleranzkette geschlossen wird, nennt man Schließmaß. In einem Getriebe (siehe Abbildung 1) bilden die Wellenabsätze und die Gehäuse-Innenweiten eine Maßkette. Der sich einstellende Spalt ist das Schließmaß. Im Rahmen einer Toleranzanalyse werden solche Schließmaße ermittelt. Für realistische Werte sind statistische Methoden unerlässlich, denn Grenzlagen für alle Maße sind sehr unwahrscheinlich.

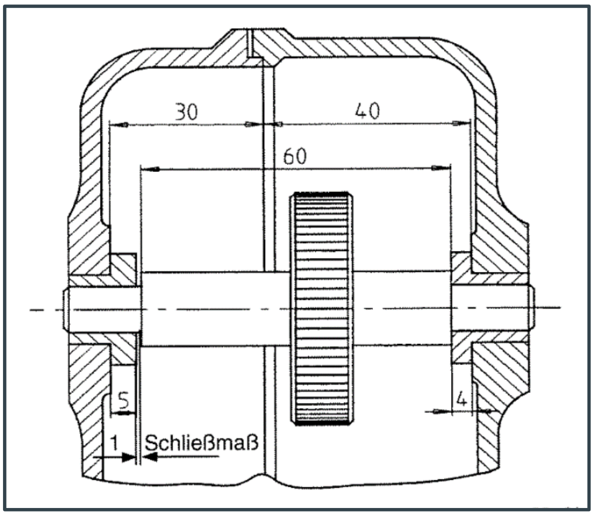

Abbildung 1: Getriebebaugruppe als Beispiel einer linearen Maßkette nach N.W. Smirnow [6]

Das Schließmaß ist im einfachen Fall das Ergebnis einer linearen, eindimensionalen Maßkette. Werden die Bauteile spielfrei montiert, ist das Schließmaß M_s die Summe der vorzeichenbehafteten realen Einzelmaße M_i.

$$M_s = \sum_{i=1}^{n} M_i \tag{1}$$

Dieser Zusammenhang gilt auch für die Nennmaße N_i oder die Mittenmaße m_i.

Die Schließmaßtoleranz ist als Differenz zwischen dem niedrigst- und den höchstmöglichen Schließmaß M_s der Maßkette festgelegt. Werden keine Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt, nennt man dies eine arithmetische Toleranzanalyse. Bei der statistischen Analyse gehen prozessbedingte Maßverteilungen ein, die zu Wahrscheinlichkeitsaussagen führen.
Bei einer arithmetischen Toleranzanalyse wird aus den Toleranzen einer Maßkette durch Summierung der Einzeltoleranzen T_i die Schließmaßtoleranz T_a ermittelt. Dies gilt nur

unter der Voraussetzung einer eindimensionalen Bemaßung wie in Abbildung 1. Es wird immer parallel zur Achse gemessen. Falls über geometrische Zusammenhänge nichtlineare Funktionen entstehen, werden über eine Linearisierung vereinfachend Gewichtuntsfaktoren G_i bestimmt, sodass sich die Schließmaßtoleranz T_a durch Summierung der gewichteten Einzeltoleranzen ergibt [7], [8]:

$$T_a = \sum_{i=1}^{n} G_i * T_i \tag{2}$$

Die folgenden Ausführungen werden der Einfachheit halber nur für Gewichtungsfaktor *1* angestellt.

Der Lösungsweg einer statistischen Analyse ist komplexer als der einer arithmetischen. Die Verteilung des Schließmaßes hängt von den Verteilungen der Einzelmaße (Beispiel siehe Abbildung 2) ab, die charakterisiert sind durch Mittelwert µ, Standardabweichung σ und der Form der Verteilung. Das Mittenmaß m und die Toleranz T ergeben sich aus der oberen und der unteren Spezifikationsgrenze, $m = {(G_o - G_u)}/{2},\ T = G_o - G_u$.

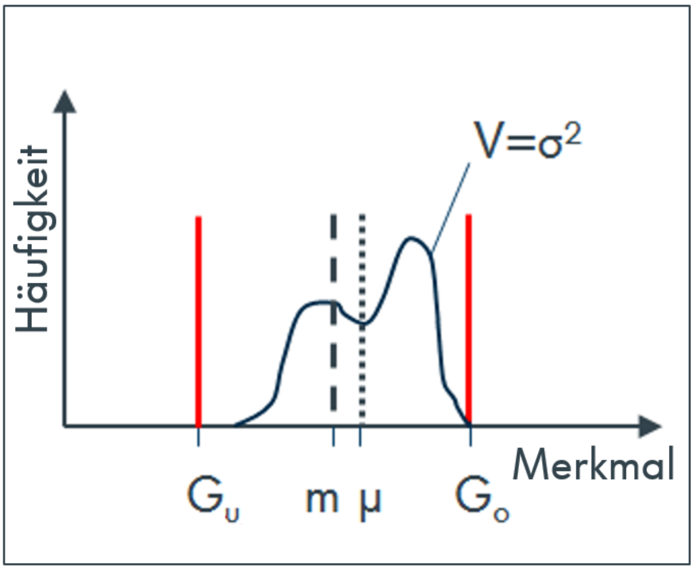

Abbildung 2: Beispielhafte reale Fertigungsverteilung für eine Grundgesamtheit eines Einzelmaßes

Der Mittelwert μ_s des Schließmaßes ist in einer linearen Maßkette mit n unabhängigen Gliedern die Summe der Mittelwerte der Einzelmaßverteilungen (Additionssatz für Mittelwerte, nach [9]):

$$\mu_s = \sum_{i=1}^{n} \mu_i \tag{3}$$

Ebenso wird die Gesamtvarianz aus den Einzelvarianzen errechnet (Additionssatz für Varianzen, nach [9]).

$$V_s = \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{4}$$

Die Verteilungsform strebt nach dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik gegen eine Normalverteilung, siehe [9].

Der Kern der statistischen Toleranzanalyse reduziert sich auf die gleiche einfache Formel wie bei einer arithmetischen Aussage (siehe Tabelle 1)!

Toleranzanalysen	arithmetisch	statistisch
Mittenmaß	Summe Mittenmaße	Summe Mittelwerte
Toleranzbeschreibung	Summe Toleranzen	Summe Varianzen
Verteilungsform	---	annähernd normalverteilt

Tabelle 1: Gegenüberstellung Schließmaßeigenschaften bei arithmetischer und statistischer Toleranzanalyse

Damit ergibt sich die Möglichkeit einer vereinfachten Toleranzrechnung, die hier beschrieben wird: Für das Einzelmaß wird eine Verteilung gewählt, die dem Fertigungsprozess entspricht oder sogar breiter ist, z. B. eine Rechteck- oder eine Dreieckverteilung. Daraus ergibt sich die Varianz der Verteilung (siehe Tabelle 3). Als Schließmaßverteilung wird aufgrund des Grenzwertsatzes immer mit einer Normalverteilung gerechnet. In der Regel ist diese breiter als die reale Verteilung. Aus der Funktion des Bauteils ergibt sich eine Vorgabe für das Schließmaß. Soll die Welle in dem obigen Getriebebeispiel beweglich sein, muss das Spaltmaß größer Null sein. Eine Vorgabe, die nicht unterschritten werden darf, besteht aus dem Toleranzwert T_s (z.B. 0,8 mm) und einer Gutanteilvorgabe (z.B. 99,9%). Im Getriebebeispiel der Abbildung 1 bedeutet das, dass rechnerisch weniger als 0,1 % der Spalte unterhalb $1\,mm - 0{,}4\,mm = 0{,}6\,mm$ oder oberhalb $1\,mm + 0{,}4\,mm = 1{,}4\,mm$ liegen dürfen.

An einem fiktiven Beispiel soll diese vereinfachte Toleranzrechnung („Varianzaddition“) mit der genaueren Faltung verglichen werden. Bei der Faltung wird die Verteilung einer Summe von zwei Variablen über eine Integration des Produkts der beiden Verteilungen berechnet. Ein ausführliche Darstellung der Faltung ist in [8] zu finden. Eine lineare Maßkette besteht aus $n = 6$ Gliedern mit gleichgroßen Toleranzen ($T = 1$). Die reale Verteilung ist durch eine Dreieckverteilung angenähert. Es gilt:

$V_i = {T^2}/{24} = {1}/{24}$ für alle Einzelmaße nach [8], siehe auch Tabelle 3,

$V_i = 6 * V_i = {1}/{4}$ für das Schließmaß.

Gegenübergestellt sind in der Tabelle 2 für zwei unterschiedliche Gutanteilvorgaben die Ergebnisse für das Schließmaß T_s für eine Berechnung über eine numerische Integration (Faltung) und für eine vereinfachte Toleranzrechnung mit einem normalverteilten Schließmaß.

Gutanteil in %	T_S durch Faltung	T_S durch Varianzaddition	Abweichung in %
99,00	**5,20**	**5,15**	- 0,9
99,73	**5,98**	**6,00**	+ 0,3

Tabelle 2: Vergleich Faltung und Varianzaddition

Das Schließmaß, das durch Addition von Varianzen und der Annahme einer Normalverteilung als Schließmaßverteilung ermittelt wurde, weicht bei großen Gutanteilen nur gering von der numerischen Integration zu höheren, also sichereren Werten, ab (siehe letzte Spalte der Tabelle).

Grundsätzlich sind zwei Vorgehensweisen bei der Auswahl der Einzelmaßverteilungen üblich: Arbeiten mit Verteilungen, die möglichst der tatsächlichen Verteilung in der Fertigung entsprechen, oder das Arbeiten mit Standardverteilungen. Das erste Vorgehen ist in der Automobilindustrie eher bei Anmutungsauslegungen, z.B. sichtbare Fugen, der Fall. Will man sehr sicher rechnen, z.B. bei Funktionsauslegungen wie dem oben angeführten Spalt des Getriebes, wird mit Standardverteilungen gearbeitet. Dann muss eine Verteilung gewählt werden, die ohne genaue Kenntnis der eingesetzten Maschinen und anderer Randbedingungen den ungünstigsten Fall abdeckt. Drei Randbedingungen müssen erfüllt sein:

- Da eine Abweichung der Verteilungsmitte von der Toleranzmitte vermutlich in positive wie negative Richtung laufen kann, muss der Mittelwert in der Toleranzmitte liegen.
- Im Allgemeinen muss die Verteilung zusätzlich symmetrisch sein.
- Es muss eine Verteilungsform gefunden werden, die einfach und möglichst breit ist (z.B. Rechteck-, Trapez- oder breite Normalverteilung).

Bei diesem Vorgehen ist die tatsächliche Verteilung enger als die berechnete Verteilung, während die Anmutungsrechnung näher bei der Realität liegt, aber damit auch günstiger als die Realität sein kann.

3. Die Statistische Tolerierung

3.1 Aufgabe der statistischen Tolerierung

Um zu gewährleisten, dass in Auslegungsrechnungen mit Standardverteilungen die tatsächliche Verteilung nicht ungünstiger als die angenommene Verteilung ist, ist eine Vorschrift für die Verteilung, die sogenannte statistische Tolerierung, erforderlich. Über eine statistische Tolerierung soll unter Verwendung statistischer Größen bzw. aus ihnen abgeleiteter Kenngrößen eine Vorgabe für die Verteilung der Maße innerhalb einer Einzelmaßtoleranz einer Maßkette aufgestellt werden.

Dabei hebt eine statistische Tolerierung die Toleranz eines Maßes nicht auf. Vielmehr ist sie eine zusätzliche Restriktion, die einzuhalten ist.

3.2 Probleme bei der Verwendung vom Prozessindex c_{pk}

Es ist naheliegend, die Prozessfähigkeit c_{pk} nach ISO 22 514-1 [10] für eine statistische Tolerierung heranzuziehen. Der Wert ist so definiert, dass er sowohl ein Maß für die Verteilungsbreite als auch für die Lage ist. Aus folgenden Gründen ist er nicht geeignet:

- Die Prozessfähigkeit ist für beliebige Verteilungen über Quantile, die Ränder der Verteilung, definiert. Die Quantile werden über Ausgleichsfunktionen bestimmt. Für den Sonderfall der Normalverteilung, die in der Realität nur annähernd erreicht werden kann, lässt die Norm eine Berechnung über die Standardabweichung zu. Damit ist das Ergebnis von Test- und Auswerteverfahren und den verwendeten Schwellenwerten abhängig. Eine Reproduzierbarkeit ist nicht immer gewährleistet, z. B. bei Verwendung unterschiedlicher Software.
- Liegt keine Normalverteilung vor, gehen nur die Quantile und nicht der Verlauf der Verteilung in den c_{pk} -Wert ein. Nach Gleichung (4) ist der Verlauf der Verteilung über die Varianz die entscheidende Größe und nicht die Lage der Randpunkte.
- Der Kennwert ist entwickelt worden, um den Abstand vom Toleranzrand zu beschreiben. Das ist nur bei Passungen und anderen kurzen Maßketten sinnvoll. Für eine enge Verteilung am Rand liefert c_{pk} unbrauchbare Ergebnisse, weil ein Quotient aus zwei kleinen Zahlen gebildet wird. Für den Grenzfall Nadelverteilung ($\sigma = 0$) auf dem Toleranzrand ($|\mu - m| = {}^{T}/_{2}$) ist der Quotient $= {}^{0}/_{0}$!

3.3 Ansatz der zurückgezogenen DIN 7186

Dass man schon früher die Notwendigkeit einer statistischen Tolerierung sah, ist aus dem Entwickeln der DIN 7186 und der in ihr aufgeführten Literatur der 60er Jahre abzulesen. Neben der Maßtoleranz konnte eine zweite, kleinere Toleranz und ein Verteilungsanteil für diese zweite Toleranz angegeben werden. Zusätzlich war auch die Lage des Mittelwertes tolerierbar.

In der Norm wurde das Beispiel

$$17{,}6\ \pm 0{,}06 \pm 0{,}03\ P86\ \ \pm 0{,}02\ A$$

aufgeführt. Alle Maße müssen in der Toleranz 0,12 liegen, 86% in der Toleranz 0,06 und der Mittelwert in der Toleranz 0,04. Mit drei freien Parametern war diese Methode zu kompliziert und setzte sich in der Industrie nicht durch.

4. Herleitung der Qualitätskenngröße Robustheitsindex c_{qr}

Nachfolgend wird ein einfacher dimensionsloser Kennwert, bestehend aus der Toleranz, der Mittelwertabweichung vom Mittenwert und der Standardabweichung der Verteilung, beschrieben. Er erfüllt die Anforderung aus 3.1 und weist nicht die Nachteile der Methoden auf, die in 3.2 und 3.3 aufgeführt sind. Er soll mit *Robustheitsindex* bezeichnet werden und die Qualität der Bauteile beschreiben, die in einer Baugruppe montiert werden. Eine Baugruppen ist in der Funktion umso robuster gegenüber den Abweichungen von der Nennauslegung, je höher für die jeweiligen Einzelmaße die Indizes liegen. Als Qualitätskenngröße eines Lieferumfangs weist der Robustheitsindex darauf hin, dass nicht der Prozess relevant ist, sondern die Qualität der angelieferten Teile. Dies erfordert unter Umständen ein gezieltes Mischen oder Aussortieren von Teilen für ein Lieferlos.

4.1 Quadratischer Fehler bezüglich Toleranzmitte

Es ist mit der Kenntnis des zentralen Grenzwertsatzes und der beiden Additionssätzes unmittelbar einsichtig, dass eine Verbesserung des Gutanteils durch engere Einzelmaßverteilung bei möglichst geringer Mittelwertabweichung vom Zentralwert erreicht werden kann. Da die Form der Verteilung bei großer Anzahl von Maßkettengliedern kaum eine Rolle spielt, reduziert sich eine Vorgabe auf zwei Größen:

- Varianz der Verteilung
- Abweichung des Mittelwerts vom Mittenwert.

Diese beiden Größen lassen sich auf eine einzelne Größe reduzieren, wenn anstelle der Varianz eine andere Größe verwendet wird. Die Varianz ist die quadratische Abweichung vom Mittelwert [9]. In technischen Konstruktionen ist es sinnvoll, den quadratischen Fehler zum Vorgabewert (bei symmetrischen Toleranzen der Nennwert, sonst der Mittenwert der Toleranz) zu definieren, denn der Vorgabewert stellt das Optimum für die Funktion dar. Jede Abweichung verschlechtert die Qualität. Taguchi definiert eine Verlustfunktion über den Abstand zum Zielwert [11].

Dieser *quadratische Fehler* L zum Mittenwert ist die geometrische Summe aus Varianz V zum Mittelwert μ und Abweichung des Mittelwerts μ vom Mittenwert m :

$$L = \sqrt{V + (m - \mu)^2} \qquad (5)$$

Die Größe L ist für eine statistische Tolerierung geeignet.

4.2 Robustheitsindex c_{qr}

Da für jedes Maß eine Toleranz vorgegeben ist, lässt sich eine dimensionslose Kennzahl definieren. Es wird eine Kennzahl c_{qr} analog zum Prozesskennwert c_p unter Verwendung des quadratischen Fehlers vorgeschlagen:

$$c_{qr} = \frac{T}{6 * \sqrt{L}} \qquad (6)$$

oder nach Einsetzen der Gleichung (5)

$$c_{qr} = \frac{T}{6 * \sqrt{\sigma^2 + (m - \mu)^2}} \tag{7}$$

Für Normalverteilungen ist mit dem Term $c_p = {}^{T}/_{(6 * \sigma)}$ eine andere Form möglich:

$$c_{qr} = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{c_p}\right)^2 + \left(\frac{m - \mu}{\frac{T}{6}}\right)^2} \tag{8}$$

Ist die Differenz $m - \mu$ gleich 0, so ist aus Gleichung (8) unmittelbar abzulesen:

$$c_{qr} = c_p$$

Sind m und μ ungleich, gilt:

$$c_{qr} \leq c_p$$

Der Robustheitsindex begrenzt die maximal mögliche Lage des Mittelwertes innerhalb der Toleranz (siehe Abbildung 3). Wird die Mittenabweichung x definiert als

$$x = \frac{|m - \mu|}{\frac{T}{2}} \tag{9}$$

so beträgt die maximale Abweichung x_{max} nach Gleichung (7) mit einem σ vom Wert 0

$$x_{max} = \frac{1}{3 * c_{qr}} \tag{10}$$

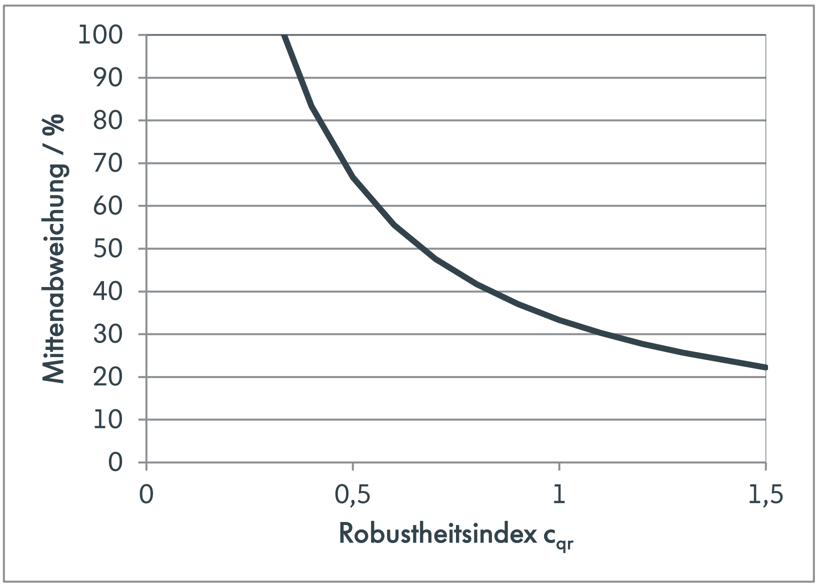

Abbildung 3: Maximal mögliche Mittenabweichung über c_{qr}

Als Zahlenwert für eine c_{qr} -Vorgabe wird ein Wert kleiner als der für das Maß bzw. den Prozess vorgeschriebenen c_p-Wert empfohlen, z.B. ein Wert um 1.

Der Robustheitsindex entspricht dem Qualitätsdenken von Taguchi, der mit seiner Verlustfunktion auch auf die Mittenkonzentrierung abzielt. Der Robustheitsindex ähnelt einem weiteren Kennwert, dem c_{pm} [12]. Dieser beschreibt die Abweichung vom Nennwert und ist darum zur statistischen Tolerierung nicht geeignet, weil die Fertigung den Mittenwert und nicht den Nennwert anzustreben hat [13].

4.3 Umgang mit Positionstoleranzen

Mit der immer stärkeren Verwendung von Form- und Lagetoleranzen werden auch vermehrt Positionstoleranzen zur Tolerierung eingesetzt. Die Toleranzzone ist nach DIN EN ISO 5458 [5] der doppelte Abstand r vom theoretisch genauen Ort, dem Mittenwert.

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} \tag{11}$$

Die Bezüge können dabei ein-, zwei- oder dreidimensional sein. In der eindimensionalen Anwendung werden die Beträge der Messwerte errechnet nach

$$r_i = \sqrt{x_i^2}$$

Die Verteilung ist die sogenannte Betragsverteilung 1. Ordnung.

In der mehrdimensionalen Form werden zwei bzw. drei Toleranzen zu einer zusammengefasst. Damit gehen Informationen verloren bzw. die Freiheit für die Fertigung wird größer. Aus der Sicht der statistischen Toleranzanalyse ist das ungünstig, weil eine Aufteilung der Toleranz auf die verschiedenen Richtungen beliebig ausgeführt werden kann.

Die Verteilung der Mittenabstände ergibt sich aus der Verteilung in jeder Raumrichtung. Dabei werden zum Mittenwert symmetrische Verteilungen unsymmetrisch. Da der quadratische Fehler zum Mittenwert nach der Positionsberechnung gleich bleibt – was an dieser Stelle als Behauptung stehen bleiben soll - , wird der Robustheitsindex auf einfache Weise durch Ersetzen des Mittenwertes durch Null gebildet:

$$c_{qr} = \frac{T}{6 * \sqrt{\sigma^2 + (0 - \mu)^2}} \tag{12}$$

μ ist in diesem Fall der Mittelwert aller Positionen r_i.

4.4 Vorteile der Definition

Die Vorteile des Robustheitsindex c_{qr} sind zusammengefasst:

- Er ist ein Maß für die erzielbare Qualität des Schließmaßes.
- Er ist leicht aus zwei Zeichnungs- und zwei Messgrößen zu berechnen.
- Er gilt für alle Verteilungsformen, nicht nur für Normalverteilungen.
- Er ist eindeutig, weil keine Testverfahren erforderlich sind.
- Eine Vorgabe für c_p und c_{pk} ist nicht nötig, aber möglich.
- Er begrenzt die mögliche Mittelwertabweichung.

5. Statistische Tolerierung

Um für das Qualitätsmerkmal möglichst positive Effekte zu erzielen, sollte die Verteilung eng sein, die Mittenabweichung gering und damit der quadratische Fehler L möglichst klein. Aus dieser Sicht ist ein hoher Robustheitsindex anzustreben. Aus Fertigungssicht ist eine große Toleranzausnutzung gewünscht, was zu einen kleinen Robustheitsindex führt.

Darum ist ein Robustheitsindex vorzugeben, der bei den gelieferten Bauteilen nicht unterschritten werden darf, also

$$c_{qr} > c_{qr,Vorgabe} \tag{13}$$

Die DIN EN ISO 14 253-1 eröffnet mit dem Modifikator ST die Möglichkeit einer statistischen Tolerierung für spezielle Maße. Weiterhin könnten durch firmeninterne Vorschriften alle Prüfmaße (siehe DIN 406-10) oder sogar alle Maße statistisch toleriert sein. Ein Standardwert ist von Vorteil. Eine Flexibilität in der statistischen Vorgabe ist nicht unbedingt erforderlich, da bei einer gewünschten Verschärfung ganz herkömmlich die Toleranz eingeengt und bei einer Entschärfung die Toleranz aufgeweitet werden kann.

Nachfolgend sollen Anhaltswerte für eine Vorgabe gegeben werden. In der Tabelle 3 sind für unterschiedliche Verteilungen bei voller Toleranzausnutzung die c_{qr}-Werte aufgeführt. Der theoretisch kleinste Wert ergibt sich durch eine Nadelverteilung ($\sigma = 0$) auf dem Toleranzrand. Er beträgt 0,333.

Aus der Liste werden zwei Verteilungen näher betrachtet: die Normalverteilung und eine Trapezverteilung mit dem Seitenverhältnis 3/4. Die Normalverteilung steht für einen Prozess, der auf einen Wert geregelt wird und keinen Trend aufweist. Die Trapezverteilung ist eine Abschätzung für einen Prozess mit Trend. Aus der Definition für den Robustheitsindex ergibt sich mit zunehmender Mittenabweichung eine Verringerung der Verteilungsbreite. In Summe kann der größte Wert (Mittenwert + Mittenabweichung + halbe Verteilungsbreite) mit der Mittenabweichung steigen. Da die Verteilungsbreite nicht negativ werden kann, gibt es Grenzen für die Mittenabweichung (siehe oben in Abbildung 3).

Verteilungstyp	Kurzbezeichnung	Varianz	c_{qr}
Rechteckverteilung	RV	T^2 / 12	0,577
Trapezverteilung s_v = 0,75	TV 75	~ T^2/ 16	~ 0,67
Dreieckverteilung	DV	T^2/ 24	0,816
Normalverteilung +/- 2,5 σ	NV 5s	T^2 / 25	0,833
Normalverteilung +/- 3 σ	NV 6s	T^2/ 36	1,000
Normalverteilung +/- 4 σ	NV 8s	T^2/ 64	1,333

Tabelle 3: Robustheitsindizes für verschiedene Verteilungen ohne Mittenversatz

Dargestellt sind in der Abbildung 4 für c_{qr} = 0,8 die Fälle mittenkonzentriert, 30 % und 40 % Mittenabweichung. Sie verdeutlichen, dass die Normalverteilung die Toleranzgrenze überschreitet und die Trapezverteilung die Toleranz nur teilweise ausnutzt.

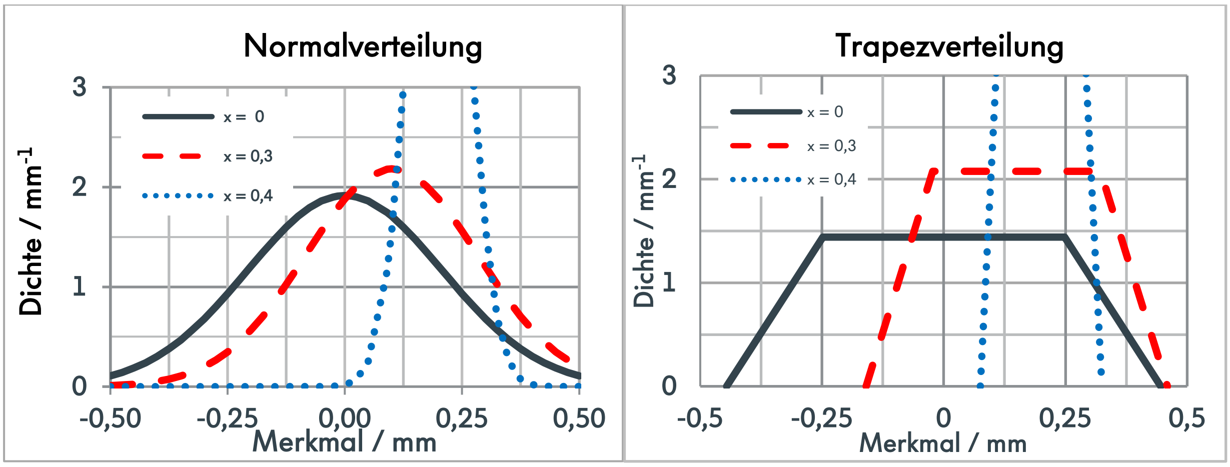

Abbildung 4: Normal- und Trapezverteilung für c_{qr} = 0,8 bei unterschiedlichen Mittenabweichungen

In Überlegungen zu Prozesskennwerten wird oft von Normalverteilungen ausgegangen. Dies zeigt schon die Definition von c_p und c_{pk}. In der Praxis liegen viele Prozesse zwischen den beiden idealen Normalverteilung und Trapezverteilung. Es sollte eine untere Grenze für den Robustheitsindex zwischen 0,8 und 1,0 gewählt werden. Bei hohen Qualitätsansprüchen ist eine Toleranzeinengung einem hohen Robustheitsindex vorzuziehen. Ein Wert von 0,8 und weniger ist ein Anzeichen für geringe

Qualitätsansprüche. In dem Fall sollte die Toleranz aufgeweitet werden, um weitere Kostenreduzierungen zu ermöglichen.

Ist für ein Maß der Robustheitsindex festgelegt, z.B. durch eine unternehmensinterne Vorgabe oder eine Kundenforderung und der maximale quadratische Fehler L_{max} aus einer Toleranzanalyse und einem Abstimmungsprozess zwischen Konstruktion und Fertigung ermittelt, ist die Toleranz nach Gleichung (13) durch Umformung der Robustheitsindexdefinition festzulegen:

$$T = 6 * c_{qr} * \sqrt{L}_{max} \tag{14}$$

6. Zusammenfassung

Mit dem Robustheitsindex wird eine Qualitätskenngröße vorgestellt, mittels der auf einfache Weise vom Konstrukteur eine statistische Vorgabe für die Fertigungsverteilung von Einzelmaßtoleranzen einer Maßkette definiert wird. Damit verfügt die Fertigung über eine Kenngröße, anhand derer sie ihre Prozesse steuern kann. Die Baugruppen werden bei ihrer Anwendung robuster gegen unkalkulierbare Störungen in der Herstellung oder während des Betreibens sein, da die Schließmaßverteilung bei einer statistischen Tolerierung der Einzelmaße günstiger ausfallen wird. Bei ausreichender Sicherheit eröffnet die statistische Tolerierung die Möglichkeit der Toleranzaufweitung der Einzelmaße.

7. Literatur

[1] Mözer, B.; Strobelt, M.: Toleranzmanagement in der Fahrzeugentwicklung – Eine präventive Qualitätsmethode, Porsche Engineering Magazin1/2013, S. 24 – 30, 2013

[2] Beckmann, A., Bohn, M., Gust, P.: Tolerance Simulation in the Assembling Process based on Experimental Data from Series Production, 13th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, 2014

[3] Walter, M. S. J.; Spruegel, T. C.; Ziegler, P.; Wartzack, S.: Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen Abweichungen in der statistischen Toleranzanalyse, Konstruktion 10-2015, S. 88 – 92

[4] DIN EN ISO 286-1:2010, ISO-Toleranzsystem für Längenmaße – Teil 1: Grundlagen für Toleranzen, Abmaße und Passungen

[5] DIN ISO 5458:1998 Form- und Lagetolerierung - Positionstolerierung

[6] Smirnow, N. W., Dunin-Barkowski, I. W.: Mathematische Statistik in der Technik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1963

[7] Danckert, H., Landschoof, W.-R.: Statistische Toleranzanalyse von Motorkomponenten zur Optimierung von Funktion und Kosten,1993

[8] Klein, B., Mannewitz, F.: Statistische Tolerierung, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993

[9] Strehl, R., Wahrscheinlichkeitsrechnung und elementare Anwendungen. Herder, Freiburg, 1974

[10] ISO 22 514-1:2014, Statistical methods in process management – Capability and performance – Part 1: General principles and concepts

[11] Taguchi, G., Clausing, D.; Robust Quality, Harvard Business Review, January-February 1990

[12] Pearn,W.-L., Kotz, S.: Encyclopedia and Handbook of Process Capability Indices, 2006

[13] Kirschling, G.: Qualitätsregelkarten für meßbare Merkmale — SPC, Springer Vieweg 1998